

Груз массой $0,08 \text{ кг}$ колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону $v(t) = 0,5 \sin \pi t$, где t — время в секундах. Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях,

$$E = \frac{mv^2}{2}$$

вычисляется по формуле, где m — масса груза (в кг), v — скорость груза (в м/с). Определите, какую долю времени из первой секунды после начала движения кинетическая энергия груза будет больше $5 \cdot 10^{-3}$ Дж. Ответ выразите десятичной дробью, если нужно, округлите до сотых.

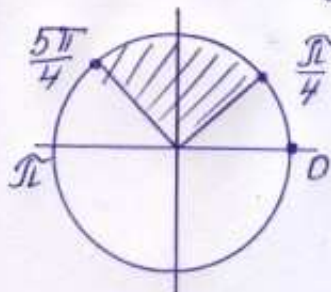
$$v = 0,5 \sin \pi t, \quad 0 \leq t \leq 1 \Rightarrow \pi t \in [0; \pi]$$

$$E = \frac{0,08 \cdot 0,25 \cdot \sin^2 \pi t}{2} = 0,01 \cdot \sin^2 \pi t;$$

$$0,01 \cdot \sin^2 \pi t > 5 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \sin^2 \pi t > \frac{5 \cdot 10^{-3}}{10^{-2}} \Rightarrow$$

$$\sin^2 \pi t > \frac{1}{2}; \quad \pi t \in [0; \pi] \Rightarrow \sin \pi t > 0 \Rightarrow$$

$$\sin \pi t > \frac{\sqrt{2}}{2}$$

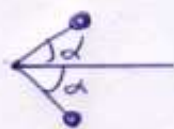


$$\frac{\frac{5\pi}{4} - \frac{\pi}{4}}{\pi} = 0,5$$

Ответ: 0,5

Ищем долю решения нерав-ва $\sin \pi t > \frac{\sqrt{2}}{2}$ от возможных значений аргумента $[0; \pi]$

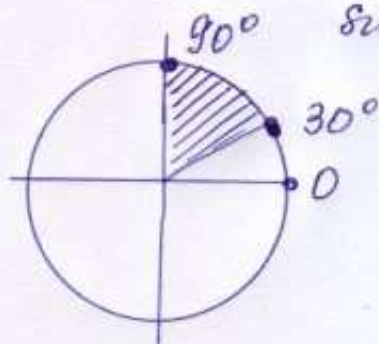
Два тела массой $m = 2 \text{ кг}$ каждое, движутся с одинаковой скоростью $v = 10 \text{ м/с}$ под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим острым углом α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?



$$Q = 2 \cdot 10^2 \cdot \sin^2 \alpha = 200 \cdot \sin^2 \alpha; \quad Q \geq 50 \Rightarrow$$

$$200 \cdot \sin^2 \alpha \geq 50 \Rightarrow \sin^2 \alpha \geq \frac{1}{4}; \quad \alpha < 90^\circ \Rightarrow$$

$$\sin \alpha > 0 \text{ и } \sin \alpha \geq \frac{1}{2}; \quad 0 < \alpha < 90^\circ$$



$$\sin \alpha \geq \frac{1}{2} \text{ при } 30^\circ < \alpha < 90^\circ$$

Ищем долю решения нерав-ва $\sin \alpha \geq \frac{1}{2}$ от возможных значений аргумента $[0; 90^\circ]$

$$\frac{90^\circ - 30^\circ}{90^\circ} = \frac{60^\circ}{90^\circ} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

Ответ: 0,67