

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ Тренировочный вариант № 18

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

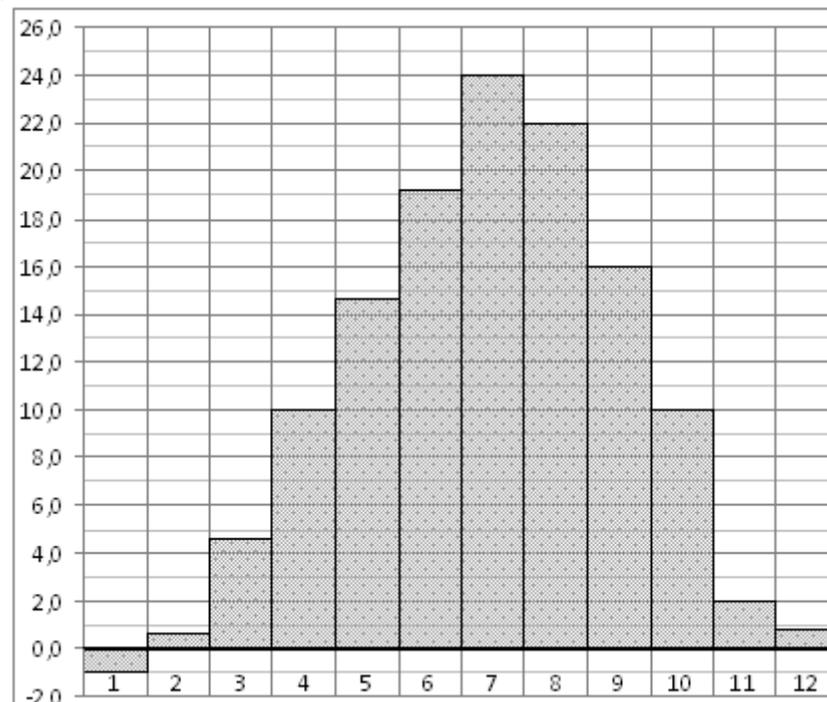
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

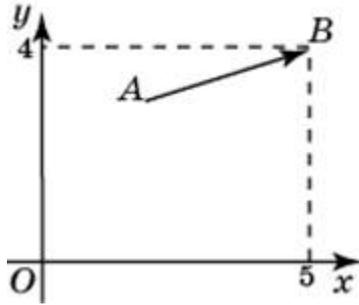
Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Костюм состоит из пиджака, брюк и жилета. Пиджак дороже брюк на 26% и дороже жилета на 60%. На сколько процентов жилет дешевле брюк?

В2 На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме, сколько было месяцев, когда среднемесячная температура превышала 20 градусов Цельсия.



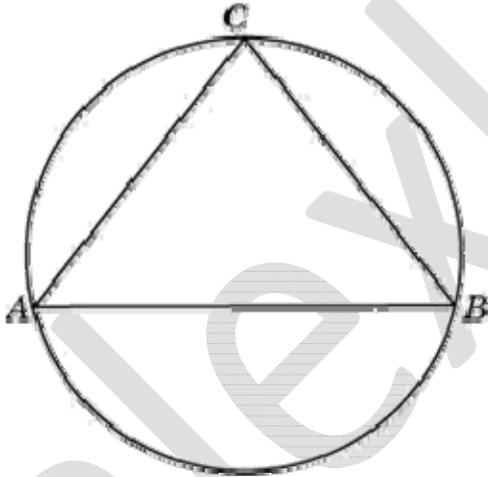
B3 Вектор \overrightarrow{AB} с концом в точке $B(5, 4)$ имеет координаты $(3, 1)$. Найдите сумму координат точки A .



B4 Для того, чтобы связать свитер, хозяйке нужно 600 граммов шерсти синего цвета. Можно купить синюю пряжу по цене 60 рублей за 100 г, а можно купить неокрашенную пряжу по цене 50 рублей за 100 г и окрасить ее. Один пакетик краски стоит 40 рублей и рассчитан на окраску 300 г пряжи. Какой вариант покупки дешевле? В ответ напишите, сколько рублей будет стоить эта покупка.

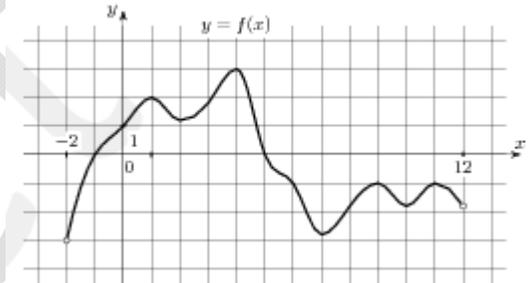
B5 Решите уравнение $(x-1)^3 = -8$.

B6 Боковые стороны равнобедренного треугольника равны 40, основание равно 48. Найдите радиус описанной окружности этого треугольника.



B7 Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$.

B8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-2; 12)$. Найдите сумму точек экстремума функции $y = f(x)$.



B9 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ медианы основания пересекаются в точке M . Площадь треугольника ABC равна 3, $MS=1$. Найдите объем пирамиды.

B10 Вероятности того, что деталь определенного типа находится в первом, втором, третьем или четвертом ящике, соответственно равны 0,6, 0,7, 0,8, 0,9. Найти вероятности того, что эта деталь находится не более, чем в трех ящиках.

B11 Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, C, A_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$, площадь основания которой равна 3, а боковое ребро равно 2.

B12 Находящийся в воде водолазный колокол, содержащий $V = 2$ моля воздуха при давлении $p_1 = 1,5$ атмосферы, медленно опускают на дно водоема. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха. Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha n T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ (Дж), где $\alpha = 5,75$ — постоянная, $T = 300$ К — температура воздуха, p_1 (атм) — начальное давление, а p_2 (атм) — конечное давление воздуха в колоколе. До какого наибольшего давления p_2 можно сжать воздух в колоколе, если при сжатии воздуха совершается работа не более чем 6900 Дж? Ответ приведите в атмосферах.

B13 Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

B14 Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания С1–С6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (С1, С2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

С1 Дано уравнение.

а) Решите уравнение $\frac{\cos 2x - \cos x + 1}{\sqrt{\sin 3x - \cos 2x}} = 0$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$

С2 Точки К, Р, М – середины ребер AD, DC и A_1B_1 соответственно куба ABCDAA₁B₁C₁D₁. Найдите угол между прямой AA₁ и плоскостью, проходящей через точку К перпендикулярно прямой MP.

С3 Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{(\log_{x-1}(5-x))^2}{x^2 - 8x + 15} \geq 0 \\ \left(4^{\lg x} + x^{\lg 4} - 128\right) \left(\frac{5^x - 25}{3 - 2^x}\right) \left(\frac{(x-3)(1-x)}{|(x-3)(x-1)|} + \frac{1}{5} \sin 4x\right) \geq 0 \end{cases}$$

С4 Две окружности касаются внешним образом. Прямая касается первой окружности в точке М и пересекает вторую окружность в точках А и В. Найдите радиус первой окружности, если известно, что АВ = 12, МВ = 6, а радиус второй окружности равен 10.

С5 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых для любого значения x выполняется неравенство $\left|3\sin^2 x + 2a \sin x \cdot \cos x + \cos^2 x + a\right| \leq 3$

С6 Требуется сделать набор гирек, каждая из которых весит целое число граммов, с помощью которых можно взвесить любой целый вес от 1 грамма до 55 граммов включительно даже в том случае, если некоторые гирьки потеряны (гирьки кладутся на одну чашку весов, измеряемый вес – на другую).

а) необходимо подобрать 10 гирек, из которых может быть потеряна любая одна;

б) необходимо подобрать 12 гирек, из которых могут быть потеряны любые две.

(В обоих случаях докажите, что найденный Вами набор гирек обладает требуемыми свойствами.)